

Devoir n° 1

À rendre pendant la séance du cours
01-12-2010.

Exercice 1: On définit dans $E = \mathbb{R}^{\mathbb{R}}$ la relation R par:

$$f R g \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \exists \varphi \in E, \left\{ \begin{array}{l} \varphi \text{ est bijective} \\ \varphi \circ f = g \circ \varphi \end{array} \right. \end{array} \right.$$

- 1/ Montrer que R est une relation d'équivalence dans E .
- 2/ A-t-on $\cosh R \sinh$ (fonctions hyperboliques)?

- 3/ Donner une condition nécessaire et suffisante sur $(p, q) \in \mathbb{R}^2$ pour que $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ qui $x \mapsto x^2$, et $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ qui $x \mapsto x^2 + px + q$ soient équivalentes.

Exercice 2: Soient E un ensemble, (F, \leq) un ensemble ordonné, $f: E \rightarrow F$ une application injective. On définit dans E une relation R par: $x R y \Leftrightarrow f(x) \leq f(y)$.

-) Montrer que R est une relation d'ordre dans E .

Exercice 3: Soient (G, \cdot) un groupe fini d'ordre pair H le sous-ensemble de G défini par:

$$H = \{x \in G \mid x^2 = e \text{ et } x \neq e\}$$

- 1/ Montrer que la relation S définie dans G par: $x S y \Leftrightarrow (y = x \text{ ou } y = x^{-1})$ est une relation d'équivalence.

2/ En déduire que $\text{Card}(H)$ est impair.

Exercice 4: Soit $G = \mathbb{Z}^2$. On définit dans G la loi de composition T par: $(x, y) T (a, b) = (xa + Kyb, bx + ay)$ où K est un entier relatif.

-) Étudier la loi T .

Exercice 5: Soit $\alpha \in \mathbb{R}^*$ et $f_\alpha : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ l'application définie par: $f_\alpha((x, y)) = (\alpha x, \frac{y}{\alpha})$.

1/ Montrer que f_α est bijective.

2/ On pose $\mathcal{F} = \{ f_\alpha \mid \alpha \in \mathbb{R}^* \}$ muni de la loi \circ (composée)

a) Montrer que (\mathcal{F}, \circ) est un groupe. Est-il abélien?

b) Soit $\theta : \mathbb{R}^* \rightarrow \mathcal{F}$.

$$\alpha \longmapsto f_\alpha$$

-) Montrer que θ est isomorphisme du groupe (\mathbb{R}^*, \times) dans (\mathcal{F}, \circ) .



ETU UP.com

Programmmation
Cours
Electricité
Physique
Résumés
Analyse
Livres
Informatique
Optique
Chimie
Algèbre
Corrigés
Exercices
Contrôles Continus
Langues
MTU
Thermodynamique
Multimedia
Divers
Economie
Travaux Dirigés
Chimie Organique
Mathématiques
Mécanique
Travaux Pratiques
Droit

et encore plus..